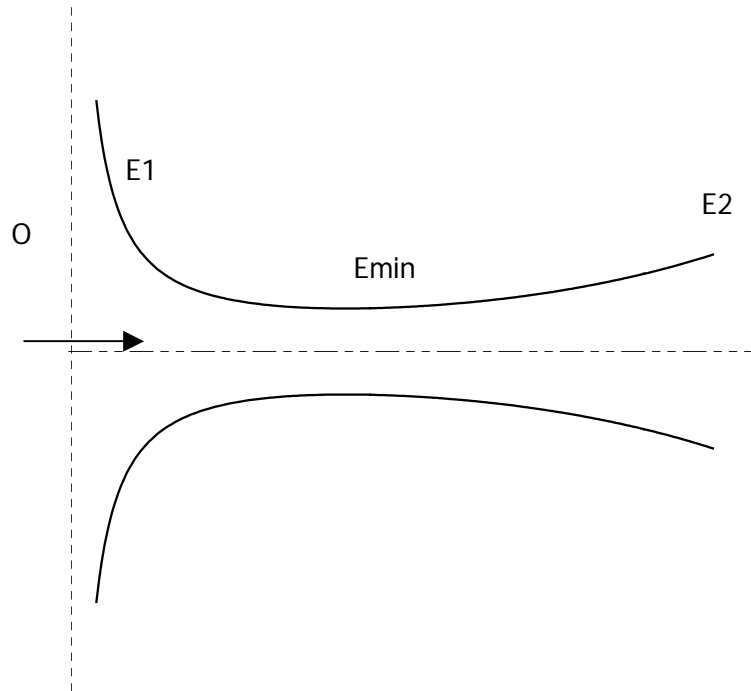


ΑΣΚΗΣΗ 6



Η μη συνεκτική μονοδιάστατη ροή του αερίου στο ακροφύσιο είναι ισεντροπική ή κατά τμήματα ισεντροπική (πριν και μετά κύμα κρούσης εφόσον υπάρχει). Η θερμοκρασία, πίεση και η διατομή με εμβαδό E συνδέονται με τον αριθμό Mach M με τις σχέσεις ($\gamma=1,4$):

$$\frac{T}{T_0} = \frac{5}{5+M^2} \quad \frac{p}{p_0} = \left(\frac{5}{5+M^2} \right)^{\frac{7}{2}} \quad \frac{E}{E_{\min}} = \frac{1}{216} \frac{(5+M^2)^3}{M} \quad (1)$$

Οι τιμές των μεταβλητών είναι πινακοποιημένες στο πίνακα 21.1.

Α) Η διατομή στην έξοδο του ακροφυσίου είναι $E_2=7\text{cm}^2$, ενώ στον λαιμό έχουμε $E_{\min}=4,4\text{cm}^2$. Ο αριθμός Mach καθώς και ο λόγος πιέσεων p_2/p_0 στη διατομή E_2 προκύπτει από τον πίνακα 21.1 (υποχητική περιοχή) για την τιμή του λόγου $E_2/E^*=E_2/E_{\min}=7/4,4=1,59$: $M_2=0,4$, $p_2/p_0=0,8956$

Οπότε η πίεση περιβάλλοντος προκύπτει ότι πρέπει να είναι $p_2=8,96 \text{ bar}$

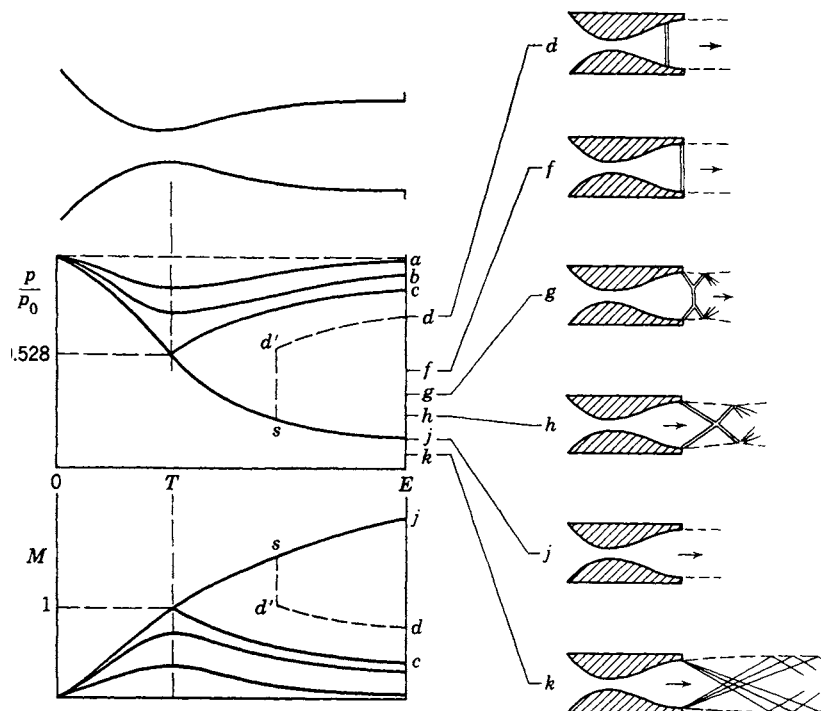
Στο σχήμα που ακολουθεί η κατάσταση αυτή παρουσιάζεται ως κατάσταση c.

B) Ο αριθμός Mach καθώς και ο λόγος πιέσεων p_2/p_0 στη διατομή E_2 προκύπτει από τον πίνακα 21.1 (υπερηχητική περιοχή) για την τιμή του λόγου $E_2/E^* = E_2/E_{\min} = 7/4.4 = 1.59$: $M_2' = 1.93$, $p_2'/p_0 = 0.1425$, οπότε η τιμή της πίεσης στην διατομή εξόδου πριν το κύμα κρούσης είναι $p_2' = 1.43$ bar.

Στη θέση αυτή θα έχουμε κάθετο κύμα κρούσης. Τα χαρακτηριστικά της ροής εκατέρωθεν του κύματος δίνονται από τον Πίνακα 21.2 :

$$M_2' = 1,93 \rightarrow \hat{M}_2' = 0,5899 \rightarrow \frac{\hat{p}_2}{p_2} = 4,179 \rightarrow \hat{p}_2 = 5,96 \text{ bar}$$

Αρα αν η πίεση στο περιβάλλον για την οποία θα έχουμε κάθετο κύμα κρούσης στη διατομή εξόδου είναι $p_{\pi} = 5.96$ bar. Στο σχήμα που ακολουθεί η κατάσταση αυτή παρουσιάζεται ως κατάσταση f.



Γ) Οι θερμοκρασίες στις διάφορες θέσεις προκύπτουν από την αντίστοιχη τιμή του Mach με τη βοήθεια του πίνακα 21.1 είτε με τη βοήθεια της σχέσης (1.1) και με τον πίνακα 21.2 για το κύμα κρούσης ($T_0=300^\circ\text{K}$):

$$\text{Θέση 1 } (E_1/E^*=10/4.4=2.27) \rightarrow M_1=0.265, T_1/T_0=0.986 \rightarrow \boxed{T_1=296^\circ\text{K}}$$

$$\text{Λαιμός } (M^*=1) \rightarrow T^*/T_0=0.833 \rightarrow \boxed{T^*=250^\circ\text{K}}$$

$$\text{Θέση 2 (υποχητική ροή)} : M_2 = 0.40 \rightarrow T_2/T_0=0.969 \rightarrow \boxed{T_2 = 290,7^\circ\text{K}}$$

$$\text{Θέση 2 (πριν κύμα κρούσης)} : M_2'=1,93 \rightarrow T_2'/T_0=0.573 \rightarrow \boxed{T_2' = 172^\circ\text{K}}$$

$$\text{Θέση 2 (μετά κύμα κρούσης, πίνακας 21.2)} : M_2'=1,93 \rightarrow \hat{M}_2'=0,59 \rightarrow \hat{T}_2'/T_2'=1.63 \rightarrow \boxed{\hat{T}_2'=280,4^\circ\text{K}}$$

Η παροχή μάζας του αερίου υπολογίζεται από τις σχέσεις:

$$\dot{m} = \rho^* c^* E^* = \rho_o c_o E_{\min} \frac{1}{\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}} = \rho_o c_o E_{\min} \frac{1}{1.728}$$

$$c_o = \sqrt{\gamma R T_o} = \sqrt{1.4 \cdot 287 \cdot 300} = 347.2$$

$$\rho_o = \frac{p_o}{R T_o} = \frac{10 \cdot 10^5}{287 \cdot 300} = 11.6$$

$$E_{\min} = 4.4 \text{cm}^2 = 4.4 \cdot 10^{-4} \text{m}^2$$

Προκύπτει τελικά : $\boxed{\dot{m} = 1,027 \text{ kg/s}}$