

## ΑΣΚΗΣΗ 7

Όπως για τον υπολογισμό της δύναμης που ασκείται από το ρευστό πάνω σε σώμα χρησιμοποιούμε το θεώρημα της ορμής, έτσι για τον υπολογισμό της ροπής που ασκείται από το ρευστό πάνω σε σώμα χρησιμοποιούμε το θεώρημα της στροφορμής (ροπής της ορμής), όπως αυτό διατυπώνεται με την εξίσωση (4.44) του βιβλίου ΜΡ. Επιλέγουμε επιφάνεια αναφοράς που να περικλείει το σώμα και υπολογίζουμε αρχικά τα στοιχεία της ροής (π.χ. ταχύτητες) πάνω σαντήν. Οι ταχύτητες θεωρούνται στην συγκεκριμένη άσκηση ομοιόμορφα διανεμημένες στις επιφάνειες εισόδου (ακτίνας  $R_1$ ) και εξόδου (ακτίνας  $R_2$ ).

Η επιφάνεια εισόδου είναι κυλινδρική με εμβαδόν ίσο με  $E_1=2\pi R_1 b=0.2\pi$ . Το νερό εισέρχεται με ταχύτητα  $v_1$  υπό κλίση  $\alpha_1=60^\circ$ . Άρα το άνυσμα της ταχύτητας αναλύεται σε μία ακτινική συνιστώσα  $v_{1r}=v_1 \sin \alpha_1$  και μια περιφερειακή  $v_{1\phi}=-v_1 \cos \alpha_1$  (θετική φορά θεωρείται η αντίθετη φορά των δεικτών ωρολογίου). Η παροχή του νερού στην επιφάνεια εισόδου ισούται με  $\dot{m}=\rho v_{1r} E_1$ . Προκύπτει  $v_{1r}=0,5/\pi$ ,  $v_1=1/(\pi \sqrt{3})$  και  $v_{1\phi}=-1/(2\sqrt{3}\pi)$

Στην επιφάνεια εξόδου ισχύουν τα ίδια, αλλά η επιφάνεια εισόδου έχει εμβαδόν ίσο με  $E_2=2\pi R_2 b=0.4\pi$  και η ταχύτητα εξέρχεται με κλίση  $\alpha_2=45^\circ$ . Επειδή η παροχή είναι ίδια, ισχύει  $\dot{m}=\rho v_{2r} E_2$  και προκύπτει  $v_{2r}=0,25/\pi$ ,  $v_2=0,25\sqrt{2}/\pi$  και  $v_{2\phi}=-v_2 \cos \alpha_2=-0,25/\pi$ .

Α) Μεταξύ της επιφάνειας εισόδου και της επιφάνειας εξόδου ισχύει η εξίσωση Bernoulli (ροή διδιάστατη, ασυμπίεστη, αστρόβιλη) :

$$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2$$

$$p_1 - p_2 = \frac{\rho}{2} v_2^2 - \frac{\rho}{2} v_1^2 = \frac{\rho}{2} \left[ \frac{\dot{m}}{(2\pi R_2 b) \rho \sin \alpha_2} \right]^2 - \frac{\rho}{2} \left[ \frac{\dot{m}}{(2\pi R_1 b) \rho \sin \alpha_1} \right]^2 = -10,55 \text{ N/m}^2$$

$$\boxed{p_1 - p_2 = -10,55 \text{ N/m}^2}$$

B) Η ασκούμενη ροή επάνω στην ακίνητη πτερωτή δίνεται από την εξίσωση Euler (σελ. 82 βιβλίου MP) :

$$M_{K,z} = \dot{m} (v_{1\varphi} r_1 - v_{2\varphi} r_2)$$

Άρα η ροπή που ασκείται στην πτερωτή προκύπτει:

$$M_{K,z} = 3,37 \text{ Nm}$$