

ΑΣΚΗΣΗ 8

1. Στα τμήματα (1) και (3) οι ταχύτητες και οι πιέσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες. Θεωρούμε επιφάνεια αναφοράς E μεταξύ των θέσεων (1) και (3), που περικλείει το κωνικό τμήμα μαζί με την περωτή.

Ισχύς που συναλλάσσεται με την περωτή: N (απορροφούμενη από την περωτή αν N>0, αποδιδόμενη αν N<0):

$$N = \dot{V}(p_{10} - p_{30}) = \dot{V} \left[\left(p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \right) - \left(p_3 + \frac{1}{2} \rho v_3^2 \right) \right]$$

Η ένδειξη $h_1=h_3$ σημαίνει ότι $p_1=p_3$. Άρα

$$N_1 = \dot{V} \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_3^2) = \dot{V} \frac{\rho}{2} v_3^2 \left(\left(\frac{v_1}{v_3} \right)^2 - 1 \right) = \dot{V} \frac{\rho}{2} \left(\frac{\dot{V}}{\frac{\pi}{4} D_3^2} \right)^2 \left(\left(\frac{D_3^2}{D_1^2} \right)^2 - 1 \right) = 20 \frac{1.2}{2} \left(\frac{20}{\frac{\pi}{4}} \right)^2 \left((2^2)^2 - 1 \right) = 116722 \text{ W}$$

(Απορροφούμενη ισχύς από την περωτή)

$$\boxed{N_1 = 116.771 \text{ kW}}$$

2. Εφαρμόζοντας το θεώρημα της ορμής στην επιφάνεια E θα υπολογισθεί η δύναμη K_x που ασκείται από το ρευστό στα στερεά σώματα που αυτή περιέχει, δηλαδή στην περωτή (K_x') και στο κωνικό τμήμα του αγωγού (K_x''). Η πίεση είναι σε ολόκληρη την E ίση με την ατμοσφαιρική, αφού $h_1=h_3=h_B$. Άρα δεν ασκείται δύναμη από πιέσεις πάνω στην E. Η εξίσωση της ορμής γίνεται:

$$S_x = -K_x$$

$$S_x = -\rho v_1^2 E_1 + \rho v_3^2 E_3$$

$$v_1 = \frac{\dot{V}}{E_1} = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi}{4} D_1^2} \quad v_3 = \frac{\dot{V}}{E_3} = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi}{4} D_3^2}$$

$$K_x = \rho \dot{V} (v_1 - v_3) = \frac{4\rho \dot{V}^2}{\pi D_1^2} \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^2 \right]$$

$$\Rightarrow \boxed{K_x = 1833.46 \text{ N}}$$

Η δύναμη K_x' θα υπολογισθεί αν εφαρμοσθεί εκ νέου το θεώρημα ορμής σε επιφάνεια αναφοράς που να περικλείει μόνο την περωτή. Επειδή αυτή θεωρείται αμελητέου

πάχους, η ταχύτητα εισόδου του ρευστού σαυτήν θα είναι ίση με την ταχύτητα εξόδου. Δηλαδή στην επιφάνεια αυτή θα είναι $S'_x=0$. Άρα

$$K'_x = P_x = (p'_2 - p''_2)E'$$

όπου E' είναι το εμβαδόν της διατομής του κωνικού αγωγού στο μέσον (2) του μήκους του,

$$E' = \frac{\pi}{4}D_2^2 = \frac{\pi}{16}(D_1 + D_3)^2$$

και p'_2, p''_2 οι πιέσεις πριν και μετά τη διατομή αυτής. Σημειώνεται ότι οι πιέσεις αυτές προκύπτουν από την εξ. Bernoulli που ισχύει τόσο για το τμήμα εισόδου όσο και για το τμήμα εξόδου, (όχι μεταξύ των δύο τμημάτων).

$$p'_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2 = p_1 + \frac{\rho}{2}v_1^2 \quad p''_2 + \frac{\rho}{2}v_2^2 = p_3 + \frac{\rho}{2}v_3^2$$

$$p'_2 - p''_2 = (p_1 - p_3) + \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_3^2) = \frac{\rho}{2}(v_1^2 - v_3^2)$$

$$= \frac{8\rho\dot{V}^2}{\pi^2 D_1^4} \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^4 \right] = 5836.1 \text{ Pa}$$

$$K'_x = 2578.31 \text{ N}$$

Προκύπτει κατά συνέπεια: $K_x'' = K_x - K'_x = 1833.46 - 2578.31 = -744.85 \text{ N}$

$$\boxed{K_x'' = -744.85 \text{ N}}$$

3. Αν $N=0$, η ολική πίεση στις θέσεις (1) και (3) είναι ίδια:

$$N = \dot{V}(p_{10} - p_{30}) = \dot{V} \left[\left(p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 \right) - \left(p_3 + \frac{1}{2}\rho v_3^2 \right) \right]$$

$$\text{Προκύπτει: } p_1 - p_3 = \frac{\rho}{2}(v_3^2 - v_1^2) = -5836.1$$

Η ένδειξη του μανομέτρου συνδέεται με τις στατικές πιέσεις με τη σχέση:

$$h_1 - h_3 = \frac{p_3 - p_1}{g(\rho_v - \rho_a)} \cong \frac{p_3 - p_1}{g\rho_v}$$

Προκύπτει: $\boxed{h_1 - h_3 = 0,59\text{m}}$

4. Στο πρώτο ερώτημα υπολογίστηκε ότι η πτερωτή απορροφά ισχύ από το ρευστό $N_1 = 116.722 \text{ kW}$. Επομένως σαντό το ερώτημα η πτερωτή προσδίδει ισχύ στο ρευστό, $N = -N_1 = -116.722 \text{ kW}$. Εφαρμόζοντας επομένως τον α' ενεργειακό νόμο:

$$N = \dot{V}(p_{10} - p_{30}) = \dot{V} \left[\left(p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 \right) - \left(p_3 + \frac{1}{2} \rho v_3^2 \right) \right]$$

$$\Rightarrow p_1 - p_3 = \frac{-N_1}{\dot{V}} + \frac{\rho}{2}(v_3^2 - v_1^2) = -5836.1 - 5836.1 = -11672.2 \text{ N/m}^2$$

$$\Rightarrow h_1 - h_3 = \frac{p_3 - p_1}{\rho_v g} = 1.19 \text{ m}$$

$$\boxed{h_1 - h_3 = 1.19 \text{ m}}$$